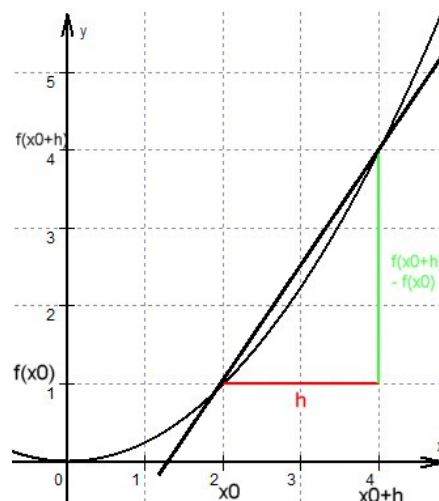


Wiederholung Ableitungsfunktion und einfache Ableitungsregel

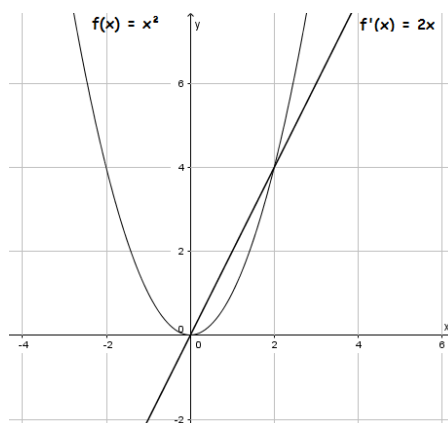
Was bisher geschah...

Wir haben uns gefragt, wie man die Steigung einer Funktion in bestimmten Punkten bestimmen kann. Dies haben wir zunächst einmal zeichnerisch gemacht. Dabei haben wir festgestellt, dass wir die Steigung in einem Punkt mit unseren bisherigen Mitteln nicht bestimmen können, sondern nur die Steigung zwischen zwei Punkten. So haben wir eine Sekante zwischen zwei Punkte gelegt. Deren Steigung lässt sich dann z.B. mit der Steigungsformel aus der 9. Klasse bestimmen.



Wählt man nun die beiden Punkte möglichst eng, wird unsere Steigungsbestimmung für einen der Punkte immer genauer. Dies führte uns auf die h-Methode bzw. auf die x-Methode. Damit ist es uns gelungen, nicht nur die Steigung in einem Punkt zu berechnen, sondern gleich die Ableitungsfunktion zu ermitteln, mit der man die Steigung in jedem beliebigen Punkt bestimmen kann.

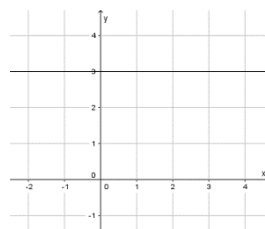
So findet man zur Funktion $f(x)=x^2$ die Ableitungsfunktion $f'(x)=2x$. Die Wiederholung der Methoden bleibt jedem selbst überlassen.



Nun sieht man leicht, dass die Steigung bei Punkt $x = 0$ ebenfalls 0 beträgt. Dies lässt sich leicht nachrechnen:

$f'(0) = 2 \cdot 0 = 0$. Ebenso gilt für Punkt $x = -1$: $f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$. Die Steigung ist also negativ und hat den Betrag 2. Also eine Einheit nach rechts und zwei Einheiten nach unten. Und für Punkt $x = 2$ gilt: $f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$. Also eine positive Steigung mit dem Betrag 4.

Anmerkung: Konstante Funktionen wie $f(x) = 3$. Haben keine Steigung bzw. die Steigung 0. Daher gilt: $f(x) = 3 \Rightarrow f'(x) = 0$



Wendet man die h-Methoden auf ganz viele Funktionen an, so erkennt man, dass es einfache Regeln gibt, mit deren Hilfe man die Ableitungsfunktion einfacher bestimmen kann.

Potenzregel:

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

Beispiele:

$$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^2$$

$$f(x) = x \Rightarrow f(x) = x^1 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot x^{1-1} \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot x^0 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot 1 \Rightarrow f'(x) = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f(x) = x^{-2} \Rightarrow f'(x) = -2 \cdot x^{-2-1} \Rightarrow f'(x) = -2 \cdot x^{-3} \Rightarrow f'(x) = -2 \cdot \frac{1}{x^3} \Rightarrow f'(x) = -\frac{2}{x^3}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Summenregel:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Das bedeutet, dass jedes Glied der Funktion einzeln nach der Potenzregel abgeleitet wird. Beispiel:

$$f(x) = x^3 + x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 + 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1$$

Faktorregel:

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Beispiel:

$$f(x) = 4x^2 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot 2 \cdot x^1 \Rightarrow f'(x) = 8 \cdot x$$